

Leíró és matematikai statisztika előadásnapló

Matematika alapszak, matematikai elemző szakirány
2016/2017. tavaszi félév

A pirossal írt anyagrészeket nem fogom közvetlenül számon kérni a vizsgán, azok háttérismeretként, kiegészítő ismeretként szolgálnak más témákhoz.

1. hét, II.14.

Leíró statisztikai alapfogalmak

Statisztikai sokaság, fajtái

Statisztikai adat, fajtái

E1.) feladat

Statisztikai ismérv, fajtái

Mérési skálák, kapcsolat az ismérvek fajtáival

E2.) feladat

Statisztikai sor, fajtái

Statisztikai tábla, fajtái

E3.) feladat

Viszonyszám, fajtái

E4.) feladat

A statisztikai elemzés lépései

Összetett viszonyszámok kiszámítása

E5.) feladat

2. hét, II.21.

Idősorok elemzése: lánc- és bázisviszonyszámok; idősor átlagos értéke; változás üteme és mértéke

E6.) feladat

Mennyiségi sorok elemzése, osztályközös gyakorisági sor

Koncentráció, mérőszámai, Lorenz-görbe

Állítás a Herfindahl-index alsó és felső korlátjáról; bizonyítás

E7.) feladat

Definíció: l -edik centrális momentum

Definíció: l -edik standardizált momentum

Definíció: ferdeség

Definíció: csúcsosság

Definíció: kvantilisfüggvény

Definíció: medián, kvartilisek

3. hét, II.28.

Definíció: módusz

E8.) feladat, E9.) feladat

Definíció: Euler-féle gamma-függvény

Állítás: az Euler-féle gamma-függvény néhány tulajdonsága

Definíció: Euler-féle béta-függvény

Állítás: az Euler-féle béta-függvény néhány tulajdonsága

Definíció: vastag szélű eloszlások

Nevezetes vastag szélű eloszlások

E10.) feladat

Tétel: sűrűségfüggvény-transzformáció magasabb dimenzióban

E11.) feladat

Definíció: minta, mintatér

Definíció: i.i.d. minta

Definíció: statisztika

Mintavétel a gyakorlatban, az adatgyűjtés fajtái

Az adatelemzés elemei, lépései

Tapasztalati eloszlás, tapasztalati eloszlásfüggvény

4. hét, III.7.

Középértékek (mintaátlag, módusz, medián) számítása tapasztalati mintából

Tapasztalati kvantilisek számítása

Nevezetes tapasztalati kvantilisek

Szóródási mutatók számítása tapasztalati mintából, kvartilisek

Alakmutatók számítása tapasztalati mintából

E12.) feladat

E13.) feladat

Definíció: statisztikai mező

E14.) feladat

5. hét, III.14.

Definíció: likelihood függvény

Definíció: loglikelihood függvény

Maximum likelihood módszer

Momentum módszer

E15.)a.)b.)c.) feladat

E17.)a.)b.)c.) feladat

E19.)a.)b.)c.) feladat

Definíció: torzítatlan becslés

Definíció: aszimptotikusan torzítatlan becslés

Definíció: erősen konzisztens becslés

Definíció: gyengén konzisztens becslés

Definíció: L^2 -ben konzisztens becslés

Definíció: MSE (mean squared error = legkisebb négyzetes hiba)

Állítás a várható értékre, szórásnégyzetre, eloszlásfüggvényre torzítatlan/konzisztens becslésekről; bizonyítás

6. hét, III.21.

Glivenko-Cantelli tétel (a statisztika alaptétele)

Állítás: az MSE felbontása a torzítás négyzetének és a statisztika szórásnégyzetének összegére; bizonyítás

Állítás: elégséges feltétel gyenge konzisztenciára

E15.)d.)e.) feladat

Definíció: hatásosabb becslés (egy másikhoz torzítatlanhoz képest)

Definíció: hatásos becslés

Állítás: a lineáris becslések osztályán belül a várható érték hatásos becslése a mintaátlag; bizonyítás

Tétel: a hatásos becslés 1 valószínűséggel egyértelmű; bizonyítás

E18.) feladat \rightsquigarrow a rendezett minta eloszlásfüggvénye és sűrűségfüggvénye; a rendezett minta i ele-

mének eloszlása, $E(0;1)$ eloszlású mintaelemek esetén

E17.)d.)e.)f.) feladat, f.)-ben azt, hogy nem konzisztens, nem számoltuk végig

A sűrűségfüggvény becslései: hisztogram és magfüggvényes módszer. A magfüggvényes módszer (Parzen-Rosenblatt becslés) mögötti intuíció. **A leggyakoribb magfüggvények.**

7. hét, III.28.

Definíció: n elemű mintában lévő Fisher-információ

Definíció: statisztikában lévő Fisher-információ

"Bederiválhatósági" feltételek: (B1), (B2), (B1T)

Állítás: ekvivalens feltétel (B1)-re; **bizonyítás**

Állítás: a Fisher-információ kiszámítása "bederiválhatósági" feltételek esetén; **bizonyítás**

Tétel: Cramér-Rao egyenlőtlenség; **bizonyítás**

Állítás: a relatív gyakoriság hatásos becslése a valószínűségnek; bizonyítás (E20.) feladat)

Állítás: i.i.d. $\text{Exp}(\lambda)$ eloszlású minta esetén a mintaátlag hatásos becslése $\frac{1}{\lambda}$ -nak; bizonyítás (E21.) feladat)

Tétel (Cramér): a likelihood becslés tulajdonságai

Definíció: χ^2 -eloszlás

Definíció: Student-féle t -eloszlás

Definíció: F -eloszlás

Állítás: a χ^2 -eloszlás, t -eloszlás és az F -eloszlás tulajdonságai

Definíció: $1 - \alpha$ megbízhatóságú konfidenciaintervallum

Definíció: $1 - \alpha$ megbízhatóságú aszimptotikus konfidenciaintervallum

8. hét, IV.4.

Definíció: intervallumbecslés lefedési valószínűsége

Fisher-Bartlett tétel

Intervallumbecslés a normális eloszlás várható értékére ismert szórás esetén

Intervallumbecslés a normális eloszlás várható értékére ismeretlen szórás esetén

Intervallumbecslés a normális eloszlás szórására

Intervallumbecslés az ML-becslésre a Fisher-információ segítségével

E22.) feladat

E23.) feladat

Hipotézisvizsgálati alapfogalmak

Nullhipotézis, ellenhipotézis, statisztikai próba, paraméteres statisztikai próba, kritikus tartomány, elfogadási tartomány

Definíció: elsőfajú hiba

Definíció: másodfajú hiba

Definíció: próba terjedelme

Definíció: erőfüggvény

Definíció: egyszerű hipotézis, összetett hipotézis

Próbastatisztika, kritikus érték

E24.) feladat

9. hét, IV.11.

E25.) feladat

A hipotézisvizsgálati feladatok megoldásának általános menete

Definíció: p -érték

Egymintás próbák normális eloszlás várható értékére: u -próba és t -próba

Kétmintás próbák normális eloszlás várható értékére: kétmintás u -próba, kétmintás t -próba, **Welch-próba**

Próbák normális eloszlás szórására: χ^2 -próba, F -próba

Állítás: az egymintás u -próba próbastatisztikája H_0 esetén $N(0, 1)$ eloszlást követ; bizonyítás

Állítás: az egymintás t -próba próbastatisztikája H_0 esetén t_{n-1} eloszlást követ; bizonyítás

Állítás: a kétmintás u -próba próbastatisztikája H_0 esetén $N(0, 1)$ eloszlást követ; bizonyítás

Állítás: a normális eloszlás szórására vonatkozó egymintás χ^2 -próba próbastatisztikája H_0 esetén χ^2_{n-1} eloszlást követ; bizonyítás

E26.) feladat

E27.) feladat

10. hét, IV.25.

E28.) feladat

χ^2 -próba

Tétel: a χ^2 -próba próbastatisztikájának eloszlása χ^2_1 -eloszláshoz tart; bizonyítás 2 elemű teljes eseményrendszer esetén

Q-Q plot

P-P plot

Diszkrét illeszkedésvizsgálat χ^2 -próbával

Folytonos illeszkedésvizsgálat χ^2 -próbával – diszkretizálás

Becsléses illeszkedésvizsgálat

Folytonos illeszkedésvizsgálat Kolmogorov-Szmirnov próbával

E29.) feladat

E30.) feladat

Homogenitásvizsgálat χ^2 -próbával

Függetlenségvizsgálat χ^2 -próbával

E31.) feladat

11. hét, V.2.

Steiner-tétel: valószínűségi változó legkisebb négyzetes közelítése konstanssal; bizonyítás

Tétel: a valószínűségi változó legkisebb négyzetes közelítése p darab valószínűségi változóval (113. fólia, e.) rész); bizonyítás

Lineáris modell, azzal kapcsolatos alapfogalmak, jelölések, a modell felírása mátrixos alakban

Tétel az $\mathbf{y} = X\mathbf{b} + \varepsilon$ lineáris modell \mathbf{b} együtthatói legkisebb négyzetes becsléséről; bizonyítás

Tétel az $\mathbf{y} = X\mathbf{b} + \varepsilon$ lineáris modell \mathbf{b} együtthatói legkisebb négyzetes becslésének torzítatlanságáról és kovarianciamátrixáról; bizonyítás

Tétel az $\mathbf{y} = X\mathbf{b} + \varepsilon$ lineáris modellben a hibák szórásnégyzetének torzítatlan becsléséről; **bizonyítás**

Modelldiagnosztika lineáris modellben – determinációs együttható, t -próba az együtthatókra, F -próba a modell általános jóságáról

Lineáris hipotézis lineáris modellben

Modellszelekciós módszerek, kritériumok – korrigált R^2 , AIC, legjobb regressziós modell felépítésének stratégiái

Regressziós modell számítógépes outputjának elemzése és értelmezése (például E38.) a.) feladat)

12. hét, V.9.

E38.) feladat

E37.) feladat – a lineáris modell alkalmazása egyszerű regresszióra és speciális nemlineáris, de linearizálható regressziós feladatok megoldására

Érték-, ár- és volumenindexek

E41.) feladat

Ismérvek közti kapcsolat vizsgálata, a kapcsolat fajtái különféle szempontok szerint
Asszociáció, mérőszámai: Cramér- és Yule-együttható, értelmezéseik

E39.) feladat

13. hét, V.16.

Vegyes kapcsolat, variancia-analízis (szórásanalízis, ANOVA) modellje

Az ANOVA modell felírása, mint egy speciális lineáris modell

Állítás az ANOVA modell paramétereinek becsléséről; bizonyítás

Állítás a szórásfelbontásról egyfaktoros ANOVA esetén; bizonyítás

Állítás: F -próba arról, hogy a faktor nincs hatással a magyarázóváltozóra, a képlet levezetése a regresszióval látott lineáris hipotézis F -próbájából

ANOVA táblázat

Intervallumbecslés a paraméterekre és azok különbségeire

E40. feladat

Mese a próbák általános elméletéről.