1. ZH

Feladat	1.	2.	3.	4.	5.	6.	Összesen
Max pontszám	8	8	8	8	6	12	50
Elért pontszám							

1.) AIDS-vizsgálat során 0,99 annak a valószínűsége, hogy egy HIV-pozitív betegségét felfedezik. Annak valószínusége, hogy egy egészséges embert betegnek találnak: 0,001. A HIV-pozitívak aránya a lakosságon belül 0,0002. Mennyi a valószínűsége, hogy az ember egészséges, ha a vizsgálatkor betegnek találták? (8 pont)

Megoldás.

$\frac{0{,}001\cdot 0{,}9998}{0{,}99\cdot 0{,}0002+0{,}001\cdot 0{,}9998}$

2.) Legyenek A, B, C és D egy négyzet csúcsai. Egy légy az A csúcsból indulva sétál a kocka élein, mégpedig minden csúcsból véletlenszerűen választva a lehetséges irányok közül. Jelölje X azt a valószínűségi változót, hogy A-ból indulva, hányadikra érünk vissza először A-ba.

a.) Írjuk fel X eloszlását!

b.) Mutassuk meg, hogy ez valóban valószínűségi eloszlás!

c.) EX=? (8 pont)

Megoldás.

a.) $P(X=2l)=\frac{1}{2^l} \quad l=1,2,...$

b.) $\sum\limits_{l=1}^{\infty} \frac{1}{2^l}=1$

c.) $EX=4$

3.) Egy osztályban a lányok magassága: (cm)

170	163
157	165
174	171
165	168

Elemezd a lányok testmagasságát az átlag, a szórás és boxplot ábra (kvartilisek) segítségével! Értelmezd is az eredményeket! (8 pont)

4.) Egy magyarkártya-csomagból visszatevéssel kihúzunk 4 lapot, számít a kihúzott lapok sorrendje! Nézzük a következő eseményeket:

A: van piros a kihúzott lapok között

B: legalább 3 piros királyt húztunk ki

a.) Írd fel az eseménytér elemeit! Hány elemű az eseménytér?

b.) P(A)=?, P(B)=?

c.) Független a két esemény? (2+4+2=8 pont)

Megoldás.

a.) $\Omega=\{\omega_{1i},\omega_{2i},\omega_{3i},\omega_{4i}\}$, ahol ω_{ij}: i.-nek kihúzott lap a j. (valamilyen tetszőleges sorrendben tekintve a lapokat); $|\Omega|=32^4$

b.) $P(A)=1-\left(\frac{24}{32}\right)^4$

$P(B)=\sum\limits_{i=3}^{4}\binom{4}{i}\left(\frac{1}{32}\right)^i\left(\frac{31}{32}\right)^{4-i}$

c.) nem függetlenek

5.) Mennyi garanciát adjunk, ha azt szeretnénk, hogy termékeink legfeljebb 5%-át kelljen garanciaidőn belül javítani, ha a készülék élettartama 8 év várható értékű és 1 év szórású normális eloszlással közelíthető? (6 pont)

Megoldás.

$t\le 8-\Phi^{-1}(0,95)=6,36$

6.) Legyen X sűrűségfüggvénye a következő:

$$f(x)=\begin{cases} x^3 & \text{ha } 0<x<c \\ 0 & \text{különben}\end{cases}$$

a.) c=? F(x)=?

b.) D^2(X)=?

c.) P(X>1)=?

d.) Határozd meg Y=3X-2 sűrűségfüggvényét!

e.) E(Y)=? (4+3+2+2+1=12 pont)

Megoldás.

a.) $c = \sqrt{2}$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{x^4}{4} & \text{ha } 0 < x \leq \sqrt{2} \\ 1 & \text{ha } \sqrt{2} < x \end{cases}$$

b.) $D^2(X) = \frac{4}{75}$

c.) $P(X > 1) = \frac{3}{4}$

d.) $f_{g(X)}(x) = \begin{cases} \left(\frac{y+2}{3}\right)^3 \cdot \frac{1}{3} & \text{ha } -2 < y < 3\sqrt{2} - 2 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$

e.) $E(Y) = \frac{3(\sqrt{2})^5}{5} - 2$